

Esercizio n.1

Una carica positiva è distribuita con densità volumica uniforme ρ in una sfera di raggio R .

- a) Si determini l'espressione del campo elettrico nel punto P distante $0 < r < R$ dal centro della sfera
 b) Si determini A e B nell'espressione seguente

$$V(r) = -\frac{\rho \cdot r^2}{6\epsilon_o} + \frac{A}{r} + B$$

affinché $V(r)$ sia il potenziale della sfera di sopra per $0 < r \leq R$.

Soluzione

- a) Sia S una superficie sferica passante per P e concentrica alla sfera isolante; dal teorema di Gauss

$$\Phi_S(E) = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_o} \Rightarrow 4\pi \cdot r^2 E = \frac{\rho 4\pi r^3}{3\epsilon_o} \Rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon_o} \quad \text{con } r < R$$

$$b) \quad E = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow E = \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon_o} = \frac{\rho \cdot r}{3\epsilon_o} + \frac{A}{r^2} \Rightarrow A = 0$$

Sulla superficie della sfera il potenziale è $V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{R} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\epsilon_o R} = \frac{\rho \cdot R^2}{3\epsilon_o}$; quindi

$$V(R) = \frac{\rho \cdot R^2}{3\epsilon_o} = -\frac{\rho \cdot R^2}{6\epsilon_o} + B \Rightarrow B = \frac{\rho \cdot R^2}{2\epsilon_o}$$

Il potenziale $V(P)$ risulta pertanto:

$$V(P) = -\frac{\rho \cdot r^2}{6\epsilon_o} + \frac{\rho \cdot R^2}{2\epsilon_o}$$